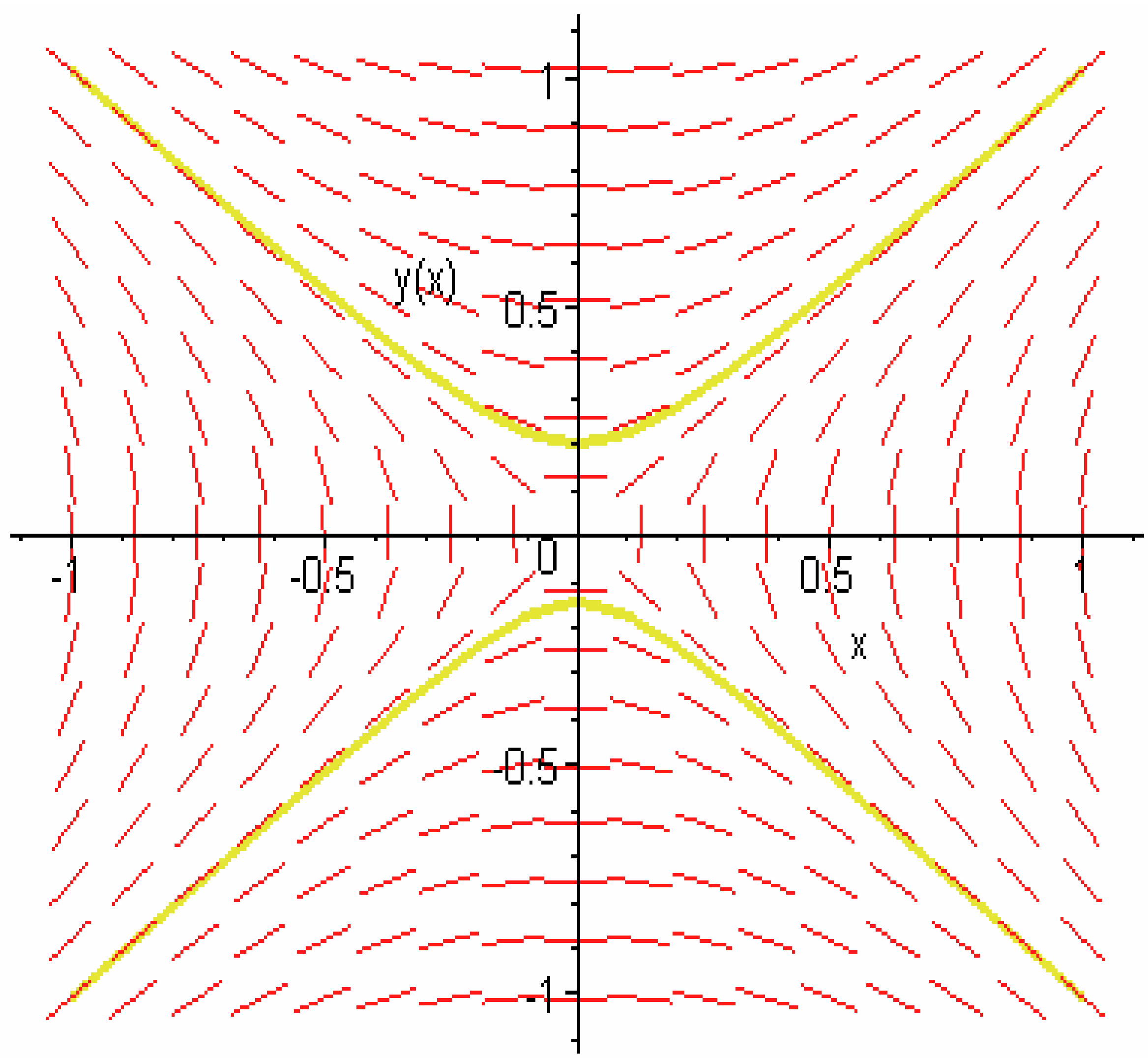
答案 1.3

1 我们在以原点为中心的矩形 R={(x,y)| $|x|\le 1, |y|\le 1$ }内画方程的向量场和积分曲线：

程序和图形如下：

1）

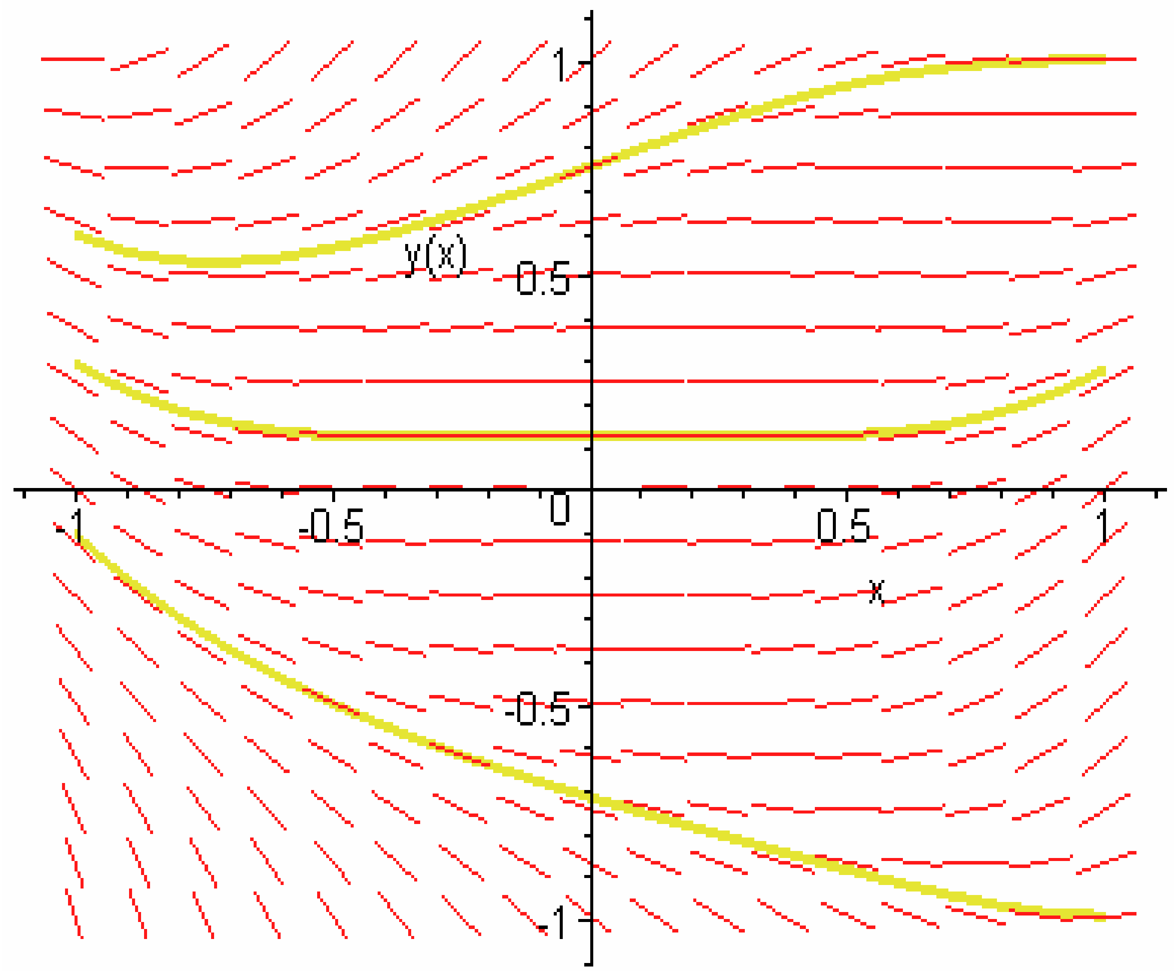
```
> restart:with(DEtools):
 DEtools[phaseportrait]
 ([diff(y(x),x)=x/y(x)],
  y(x),x= -1..1,
  [[y(-1)=1.02],[y(-1)= -1.01]],
  dirgrid=[17,17],
  arrows=LINE,
  axes=NORMAL);
```



其余三个只需把初值和函数还一下即可

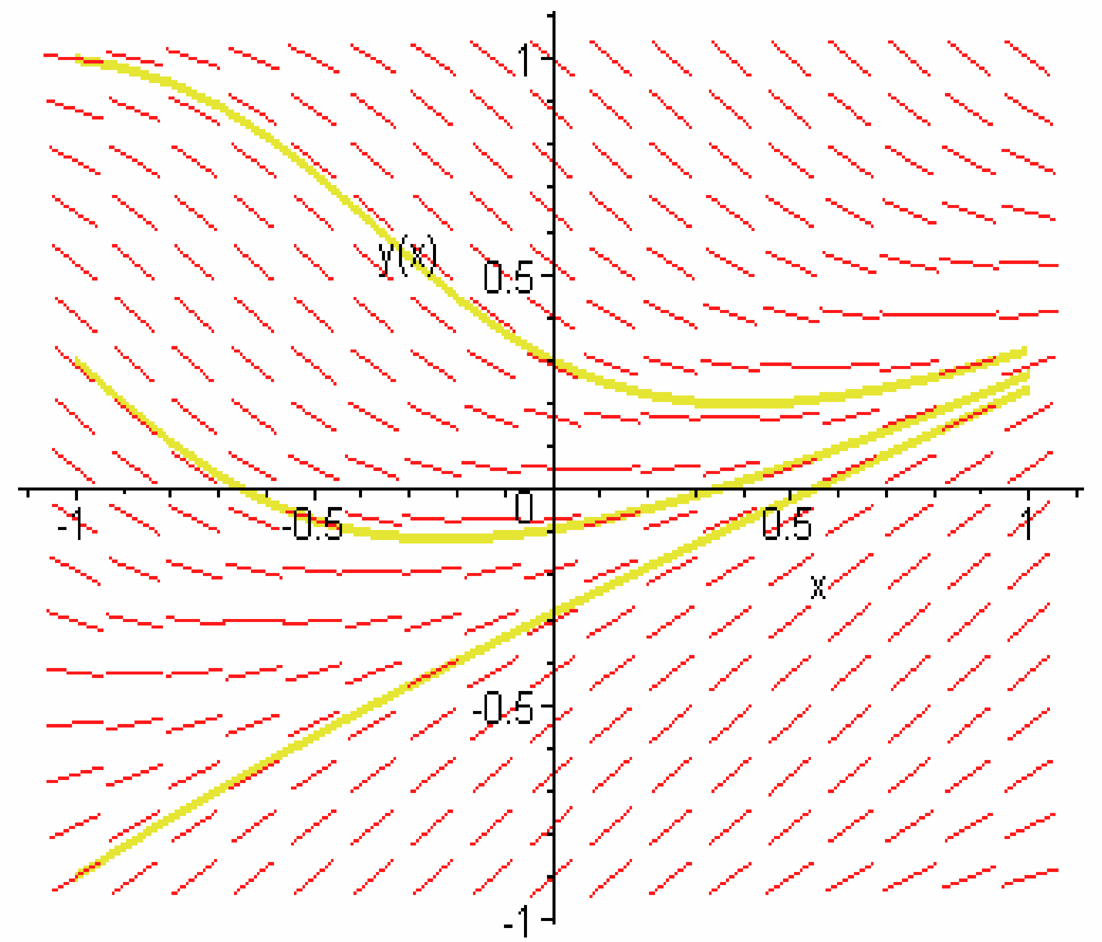
2）

```
> restart:with(DEtools):
  DEtools[phaseportrait]
  ([diff(y(x),x)=(x-y(x)^2)*(x^2-y(x))],
   y(x),x= -1..1,
   [[y(-1)=0.6],[y(-1)=0.3],[y(-1)=-0.1]],
   dirgrid=[17,17],
   arrows=LINE,
   axes=NORMAL);
```



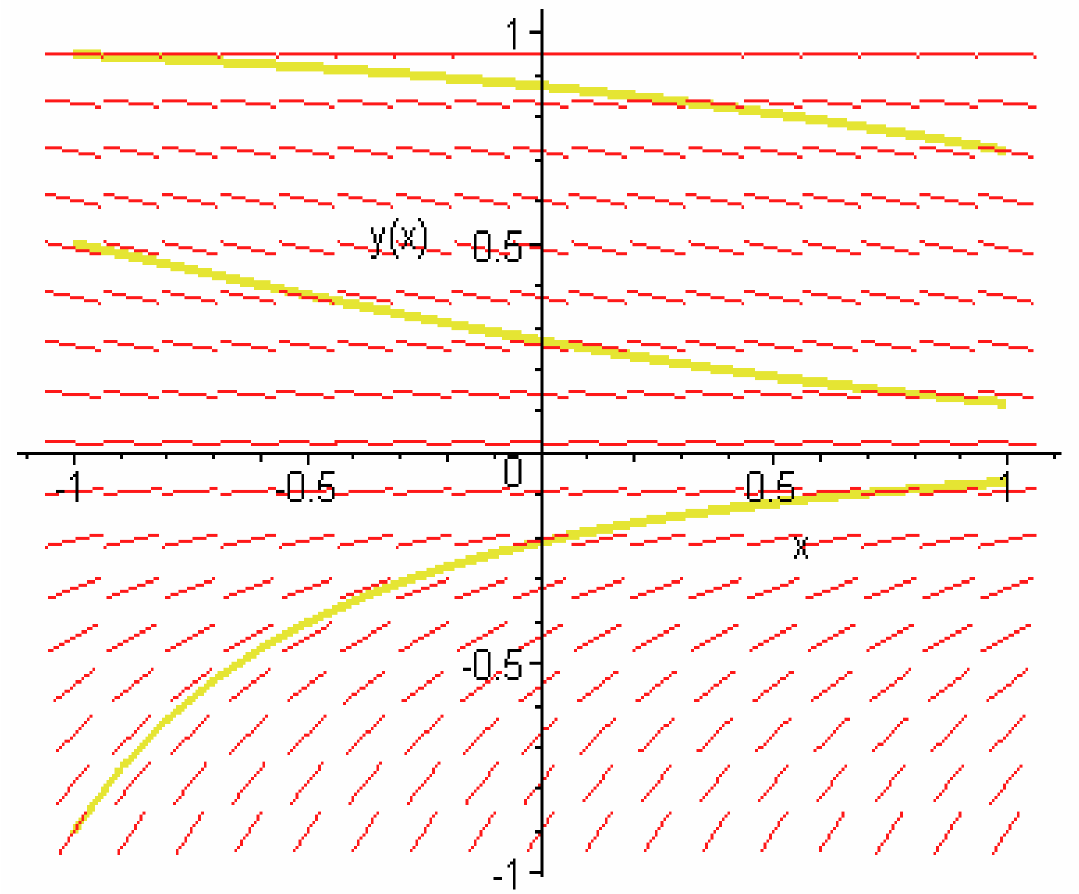
3)

```
> restart:with(DEtools):
  DEtools[phaseportrait]
 ([diff(y(x),x)=sin(x-2*y(x))],
  y(x),x= -1..1,
  [[y(-1)=1],[y(-1)=0.3],[y(-1)=-0.9]],
  dirgrid=[17,17],
  arrows=LINE,
  axes=NORMAL);
```



4）

```
> restart:with(DEtools):
  DEtools[phaseportrait]
 ([diff(y(x),x)=y(x)*(y(x)-1)],
  y(x),x= -1..1,
  [[y(-1)=0.95],[y(-1)=0.5],[y(-1)=-0.9]],
  dirgrid=[17,17],
  arrows=LINE,
  axes=NORMAL);
```



2

（1） f(x,y)=2x-y 显然在 xy 平面上连续，$|f(x,y_1)-f(x,y_2)|=|y_1-y_2|$ 满足局部 Lipschitz 条件，所以解存在惟一。利用恒等变形得

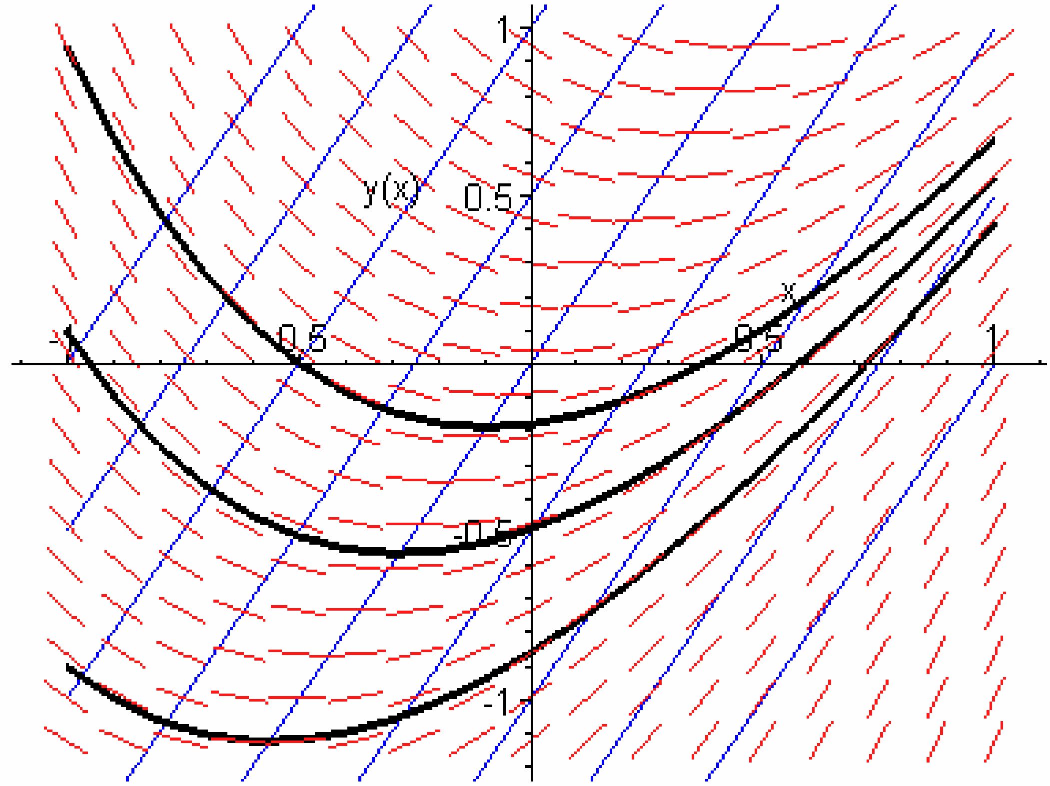
$$(ye^x)'=2xe^x,\quad y=ce^{-x}+2x-2$$

所以，解的存在区间是整个实数轴。

（2）该方程的等倾线方程为：2x-y=c 其中 c 为常数，利用下面的 Maple 命令可以画出图形。

```
> restart:with(DEtools):
```

```
h1:=DEtools[phaseportrait]
([diff(y(x),x)=2*x-y(x)],
 y(x),x= -1..1,
 [[y(-1)=0.95],[y(-1)=0.1],[y(-1)=-0.9]],
 dirgrid=[17,17],
 linecolor=BLACK,
 arrows=LINE,
 axes=NORMAL):
 h2:=plot([2*x+1,2*x+3/2,2*x+2,
    2*x+1,2*x+1/2,2*x-1/2,2*x-1,
    2*x-2,2*x-3/2,2*x],
    x=-1..1,y=-1..1,color=BLUE):
 with(plots):display(h1,h2);
```



（3） f(x,y)=2x-y=0 所以极值曲线为：y=2x;

（4）显然 y=2x-2 是原微分方程的一个解，则为其一条积分曲线，

又因为原微分方程的解为： $y(x)=2x-2+ce^{-x}$

也即原微分方程的积分曲线，当 x$\rightarrow\infty$时，y(x)$\rightarrow 2x-2$

所以 y=2x-2 是其它积分曲线的渐近线。

不求解，直接验证

容易验证$y(x)=2x-2$是方程$y'=2x-y$的解。

若$y=\varphi(x)$也是方程$y'=2x-y$的解，令

$z=\varphi(x)-y(x)$,

$z'=\varphi'(x)-y'(x)=2x-\varphi(x)-(2x-y(x))=-z$,

$(z'+z)e^{x}=0,\ (ze^{x})'=0,\ z=ce^{-x}\to 0,(x\to+\infty)$.

所以$y(x)=2x-2$是其它解的渐近线。

3．渐近线 y=20