答案 1.1

1. 设曲面上的点为 (x,y)

(1) $y' = \dfrac{y + xtg\alpha}{x - ytg\alpha}$

(2) $(x - \dfrac{y}{y'})^2 + (y - xy')^2 = l^2$

(3) $xy' + y = 0$

(4) $\left|(y - xy')(x - \dfrac{y}{y'})\right| = 2a^2$

(5) $y - xy' = x^2$

提示：过点 (x,y) 的切线的横截距和纵截距分别为 $x - \dfrac{y}{y'}$ 和 $y - xy'$。

2. 设坐标轴的原点为平衡位置，竖直向下为坐标轴的正向，0 时刻的质点的位置为 a，设弹簧的弹性系数为 k,根据能量守恒定律我们得到微分方程：

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = mgx, \quad x(0) = a, \quad x'(0) = 0$$

3. 如上建立坐标系，设任意时刻物体的位置为 x(t),由牛顿运动定律，我们得到微分方程： $m\dfrac{d^2x}{dt^2} = mgx - k\dfrac{dx}{dt}$，其中 g 为重力加速度;

4. 设任意时刻物体的温度为 T(t),由牛顿冷却定律，我们得到微分方程：
$\dfrac{dT(t)}{dt}$=-k(T(t)-A), T(0)=T_0,　其中 k 为比例系数。

5 . 以静止时刻物体的位置为轴的零点，沿斜面向下为轴的方向建立坐标轴。设任意时刻物体的速度为 v(t),根据牛顿运动定律，我们得到微分方程：
$\dfrac{dv}{dt} = \dfrac{g}{2}$,　v(0)=0;

6. 微分方程是 $\dfrac{y(x)}{op - x} = \dfrac{2\dfrac{dy(x)}{dx}}{(\dfrac{dy(x)}{dx})^2 - 1}$，其中 op 为焦点的横坐标。

7. 1)　$x\dfrac{dy}{dx} = 2y$,

2)　$\dfrac{dy}{dx} = 2y$,

3) $\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{dy}{dx}$

4) $c=\frac{-y\pm\sqrt{y^2y'^2+6x^2y'}/y'}{2}$, 代入得

$$\frac{-y\pm\sqrt{y^2y'^2+6x^2y'}/y'}{2}\left(\frac{y\pm\sqrt{y^2y'^2+6x^2y'}/y'}{2}\right)^2=x^3$$

5) $1+c=\frac{-3x}{x+yy'}$, 代入得 $(x+yy')(y-xy')=3y'$.

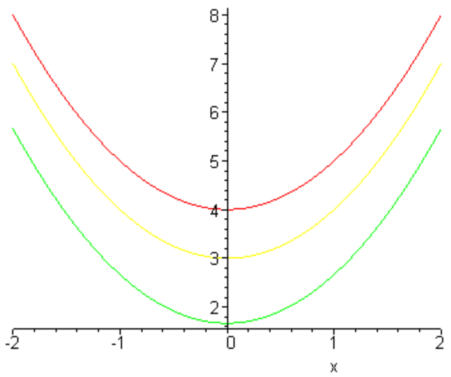
6) $\rho\sin\theta=(1-\cos\theta)\frac{d\rho}{d\theta}$.

8. 1)，2 阶线性 ；2）2 阶非线性；3）2 阶非线性；4）m 阶线性；
5)，1 阶若 f(x,y)关于 y 是线性的，则线性；否则，非线性；6)，3 阶同左；
7)，2 阶线性；8） 1 阶非线性；

9. 带入验证（略）

10. 1) 通解：$y=x^2+c$,c 为任意常数；2）特解为：$y= x^2+3$；

3）$y= x^2+4$，4）$y=x^2+5/3$; 5）图形如下



11. 很容易得到：$\frac{dy}{dx}=re^{rx}$，$\frac{d^2y}{dx^2}=r^2e^{rx}$，$\frac{d^3y}{dx^3}=r^3e^{rx}$，代入微分方程

1）$r=-2$;，2）$r=\pm1$，3）$r=2$ 或 $r=-3$，4）$r=0$ 或 $r=1$ 或 $r=2$

12. 同上我们很容易得到：$\frac{dy}{dx}=rx^{r-1}$，$\frac{d^2y}{dx^2}=r(r-1)x^{r-2}$，代入微分方程

1）$(r(r-1)+4r+2)x^r=0$,　　则 r=-1 或 r=-2;

2）$(r(r-1)-4r+4)x^r=0$,　　则 r=1 或 r=4;

13. 1）y=0 或者 y=a/b 为其两个常数解；
2）函数单调增，即：$y(a-by)\ge 0$　解得：$0\le y\le a/b$;

函数单调减，即：$y(a-by)\le 0$　　解得：$y\ge a/b$ 或 $y\le 0$；

3）解的2阶导数满足：$y''=(a-2by)y'=(a-2by)y(a-by)$，

所以拐点的y坐标为 a/2b

4）